

Corrections à Une année de colles en Math Sup MPSI, deuxième édition

Mise à jour le 11 octobre 2021

1. page 67 ligne 19. Remplacer *couples* par *paires*.
2. page 68 ligne 2. Lire $r = (p^n)^{n'} = p^{nn'}$.
3. page 93 ligne -10. Remplacer

$$\frac{x^2(x + \sin x)}{x - \sin x} < \pi^2,$$

par

$$\frac{x^2(x + \sin x)}{x - \sin x} > \pi^2,$$

4. page 93 ligne -8. Remplacer

$$\frac{x^2(x + \sin x)}{x - \sin x} < \pi^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(x + \sin x) > \pi^2(x - \sin x)$$

par

$$\frac{x^2(x + \sin x)}{x - \sin x} > \pi^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(x + \sin x) > \pi^2(x - \sin x)$$

5. page 93 ligne -3. Remplacer

$$\frac{x^2(x + \sin x)}{x - \sin x} > 12$$

par

$$\frac{x^2(x + \sin x)}{x - \sin x} < 12$$

6. page 126 ligne 8. Lire *On a*.
7. page 154 ligne 4. Lire $g'(e) = \frac{2}{e}$.
8. page 163 ligne 4 et suivantes. Remplacer par

Si $x^2 \neq 1$, cette équation est équivalente à $y'(x) + \frac{x}{1-x^2}y(x) = 0$. Sur chacun des intervalles $]-\infty, -1[$, $]-1, 1[$ et $]1, +\infty[$, la fonction $x \mapsto \frac{x}{1-x^2}$ est continue et admet des primitives, $A: x \mapsto -\ln \sqrt{|1-x^2|} + K$, où K est une constante réelle. Les solutions de l'équation homogène sur un de ces intervalles sont les fonctions $y: x \mapsto \lambda e^{-A(x)}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, soit $y(x) = C\sqrt{|1-x^2|}$, où $C \in \mathbb{R}$.

9. page 195 ligne 7. Lire *pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$.
10. page 198 ligne -7. Lire *lorsque* n tend.
11. page 200 ligne 15. Lire *pour majorer*.
12. page 206 ligne 10. Remplacer *d'où* par *d'où, de façon immédiate si* $a \leq 1$ et $1 \leq b$.
13. page 208 ligne -5. Remplacer

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} < \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+2},$$

par

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} > \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+2},$$

14. page 210 ligne -5. Lire *Soit* $x \in \mathbb{R}^*$.
 15. page 241 ligne 24. Lire $\sigma \circ a^{-1} = e$.
 16. page 316 ligne 19. Lire

$$\begin{aligned} P'(X) &= A \sum_{k=1}^n \alpha_k (X - z_k)^{\alpha_k - 1} \prod_{\substack{1 \leq i \leq n, \\ i \neq k}} (X - z_i)^{\alpha_i} \\ &= A \left(\prod_{k=1}^n (X - z_k)^{\alpha_k - 1} \right) \sum_{k=1}^n \alpha_k \prod_{\substack{1 \leq i \leq n, \\ i \neq k}} (X - z_i) \\ &= A(P / \text{rad } P) \sum_{k=1}^n \alpha_k \prod_{\substack{1 \leq i \leq n, \\ i \neq k}} (X - z_i). \end{aligned}$$

17. page 349 ligne 14. Lire *Il existe* $e \in \mathbb{R}_+^*$.
 18. page 365 ligne 21. Lire

$$|f^{n_i+1}(x) - f^{n_i+2}(x)| \leq \frac{\alpha}{1 - \alpha} (|f^{n_i}(x) - f^{n_i+1}(x)|).$$

19. page 382 ligne -8. Lire *dense dans* \mathbb{R} .
 20. page 389 ligne 8. Lire $f_k'' = -k^2 f_k$.
 21. page 410 ligne -6. Lire $\text{Im } \varphi^n = \{f \in E : f(0) = f'(0) = \dots = f^{(n-1)}(0) = 0\}$.
 22. page 410 ligne -1. Lire $\text{Ker } \psi^n \neq \text{Ker } \psi^{n+1}$.
 23. page 437 ligne -6. Lire $\forall x \in \mathbb{R}, |e^x - \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!}| \leq e^{|x|} \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!}$.
 24. page 441 ligne -4. Remplacer *tout* par *tous*.
 25. page 469 ligne 21. Remplacer *former* par *formez*.
 26. page 484 ligne 19 et suivantes. Remplacer par

$$\begin{aligned} (A - {}^t A)({}^t(A - {}^t A)) &= (A - {}^t A)({}^t A - A) \\ &= -(A - {}^t A)^2 \\ &= -A^2 + A {}^t A + {}^t A A - ({}^t A)^2 \\ &= (A {}^t A - A^2) + ({}^t A A - A^2), \end{aligned}$$

car ${}^t(A^2) = {}^t A {}^t A = ({}^t A)^2$. L'hypothèse $A {}^t A = A^2$ donne alors

$$(A - {}^t A)({}^t(A - {}^t A)) = ({}^t A A - A^2),$$

d'où

$$\begin{aligned} \text{tr}((A - {}^t A)({}^t(A - {}^t A))) &= \text{tr}({}^t A A - A^2) \\ &= \text{tr}({}^t A A - A^2) \\ &= \text{tr}({}^t A A) - \text{tr}(A^2) \\ &= \text{tr}(A {}^t A) - \text{tr}(A^2) \\ &= \text{tr}(A {}^t A - A^2) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Le résultat de la première question donne alors $A - {}^t A = 0$ et la matrice A est symétrique.

27. page 498 ligne 5. Lire *Quelle est la dimension de $U \cap V$?*
 28. page 510 ligne 6. Lire *La décomposition en parties symétrique et anti-symétrique.*
 29. page 515 ligne 5. Lire $f_3 = (0, 0, 4) = 4e_3$.
 30. page 524 ligne -5. Lire *De la même façon, $GG^* \in \mathcal{M}_r(\mathbb{C})$.*
 31. page 549 ligne -6. Lire *on note c un point de $]a, b[$.*
 32. page 549 ligne -4. Lire

$$\frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0 \quad \text{pour tout } x \in]c, b[.$$

33. page 550 ligne 1. Lire *on note q un point de $]a, b[$.*
 34. page 593 ligne 21. Remplacer *d'une l'intégrale par de l'intégrale.*
 35. page 613 ligne -13. Lire

$$\int \frac{4t^9 + 21t^6 + 2t^3 - 3t^2 - 3}{(t^7 - t + 1)^2} dt = -\frac{x^3 + 3}{x^7 - x + 1} + \lambda,$$

où λ est une constante réelle.

36. page 631 ligne 14. Supprimer *Soient $t_1 < \dots < t_n$ des points de $[a, b]$.*
 37. page 681 ligne -3. Lire $\varphi(\lambda u, w) = \lambda\varphi(u, w)$.
 38. page 713 ligne -2. Remplacer *qu'elle* par *quelle*.
 39. page 723 ligne -4. Lire $g'(x) = \dots$.
 40. page 726 ligne -7. Lire $\sum_{n \geq 1} a_n$.
 41. page 779 ligne 6. Lire *Soit R un recouvrement.*
 42. page 783 ligne 2. Lire *Soit i_0 un indice i tel que $a_i \neq a'_i$. Bien sûr, $a_{i_0} + i_0 - 1 \neq a'_{i_0} + i_0 - 1$.*
 43. page 924 ligne -6. Lire *Calcul des dérivées d'une fonction composée*
 44. page 934 ligne -1. Lire *resp.*